09/02/2023

Προκόπης Παυλόπουλος: Η συμβολή της Ελληνικής Γλώσσας στην εξέλιξη της Επιστήμης των Μαθηματικών

/ Επικαιρότητα

Μιλώντας στην εκδήλωση της Ακαδημίας Αθηνών για την Ημέρα της Ελληνικής Γλώσσας, με θέμα: «Επισημάνσεις για την συμβολή της Ελληνικής Γλώσσας στην εξέλιξη της Επ[ιστήμης των Μαθηματικών», ο τέως Πρόεδρος της Δημοκρατίας, Ακαδημαϊκός και Επίτιμος Καθηγητής της Νομικής Σχολής του ΕΚΠΑ κ. Προκόπιος Παυλόπουλος επισήμανε, μεταξύ άλλων, και τα εξής:

Πρόλογος

Το παράδειγμα της ανάπτυξης της Επιστήμης των, υπό την ευρεία του όρου έννοια, Μαθηματικών στην Αρχαία Ελλάδα μέσω και της Ελληνικής Γλώσσας είναι

άκρως ενδεικτικό της συνεισφοράς του Αρχαίου Ελληνικού Πνεύματος – με αφετηρία την Σκέψη των Προσωκρατικών – στην ανακάλυψη της Επιστημονικής Μεθόδου. Η αρχή ανάγεται στον 5^{ο} π.Χ. αιώνα, κυρίως με τον Λεύκιππο και τον Δημόκριτο, στο πεδίο της Ατομικής Θεωρίας και τον Πυθαγόρα στο πεδίο των Μαθηματικών. Άκρως αποκαλυπτική είναι η συνέχεια, πρωτίστως με τον Θαλή και τον Ευκλείδη στην Γεωμετρία και τον Διόφαντο στην Άλγεβρα, βεβαίως κατά το επιστημονικό όνομα που πήρε αυτή αργότερα. Είναι απαραίτητο να διευκρινισθεί περισσότερο εκείνο που ήδη επισημάνθηκε, ακροθιγώς, ως προς την σύνδεση της Επιστήμης των Μαθηματικών στην Αρχαία Ελλάδα με την Ελληνική Γλώσσα. Και τούτο διότι αποφασιστική, από πλευράς επιστημονικής δημιουργίας, υπήρξε -φυσικά μεταξύ άλλων- η «*συνάντηση*» της Ελληνικής Γλώσσας με την Επιστήμη των Μαθηματικών. Και αυτή η «*συνάντηση*» ήταν η αιτία, η οποία εξηγεί το γιατί και άλλοι, βεβαίως, Λαοί στην Αρχαιότητα είχαν αξιοσημείωτη γνώση στον ευρύτερο χώρο των Μαθηματικών. Πλην όμως οι Έλληνες πρωτοπόρησαν στην θεμελίωση της Επιστήμης των Μαθηματικών, με κολοφώνα τα «*Στοιχεία*» του Ευκλείδη, το έργο του Ευδόξου και του Αρχιμήδη -σχετικά με το είδος των Μαθηματικών, που είναι γνωστά από τον 17^{ο} αιώνα και μετά ως «*απειροστικά μαθηματικά*»- και την εν γένει μαθηματική σκέψη του Διοφάντου όπως προκύπτει, μεταξύ άλλων, από τα εξής:

I. Η υφή της Ελληνικής Γλώσσας

Προφανώς, κάτι υπήρχε ειδικώς στην γλωσσική υφή της Ελληνικής Γλώσσας που αποδείχθηκε πρόσφορο για την σχέση, η οποία διαμορφώθηκε μεταξύ αυτής και των Μαθηματικών.

Α. Και τούτο εντοπίζεται, κατά κύριο λόγο, στις εξής δύο «*ιδιομορφίες*» της: Κατά πρώτο λόγο σε μια ειδική γραμματική προϋπόθεση της Ελληνικής Γλώσσας, συγκεκριμένα στην ύπαρξη του οριστικού άρθρου, κάτι ανύπαρκτο π.χ. στην λατινική γλώσσα. Το οριστικό άρθρο εξελίχθηκε στην μεθομηρική Ελληνική Γλώσσα από την αντωνυμική χρήση του «*ο, η, το*». Το άρθρο, προτασσόμενο σε συγκεκριμένες γραμματικές δομές της γλώσσας, δημιουργεί «*αφηρημένη έκφραση*». Και αυτή, στην χρονική συνέχεια, οδηγεί στο «*αφηρημένο ουσιαστικό*». Το δε «*αφηρημένο*» είναι, εξ ορισμού και εκ φύσεως, η βάση του σχηματισμού λογικών προτάσεων και συλλογισμών, ένα στοιχείο σύμφυτο με την ανάπτυξη της Μαθηματικής Σκέψης, ιδίως στην πρώιμη φάση της.

Β. Και, κατά δεύτερο λόγο, η ως άνω ευνοϊκή γραμματική προϋπόθεση συμπορεύθηκε, ως προς την σχέση μεταξύ της Ελληνικής Γλώσσας και της Μαθηματικής Σκέψης, μ’ ένα γενικότερο όρο που διέπει εξ αρχής την Ελληνική Σκέψη: Την «*ακατάσχετη*» και «*καθολική*» ροπή προς την κατεύθυνση της εύρεσης

της «*ατομικής μονάδας*» σε κάθε χώρο του επιστητού. Είναι η ροπή που «*απομόνωσε*», στον εκφερόμενο και ακουόμενο λόγο, τον «*φθόγγο*», ως την έσχατη ατομική και αδιαίρετη ακουστική μονάδα, που υπήρξε η βάση του μετασχηματισμού του φοινικικού αλφαβήτου σ' Ελληνικό. Και είναι αυτή η ροπή η οποία «*απομόνωσε*», με την μέθοδο ιδίως του Δημοκρίτου, το άτομο, αναδεικνύοντάς το ως την έσχατη, άτμητη και αδιαίρετη, μονάδα της ύλης.

II. Τα Μαθηματικά στην Αρχαία Ελλάδα

Καθώς παρατηρεί ο J.L.Gardies (*L'organisation des mathématiques grecques de Thééтète à Archimède*, Paris, εκδ. Vrin, 1997, σελ. 270 και κυρίως 276 επ.), μοναδική υπήρξε η συμβολή των Αρχαίων Ελλήνων στον τομέα των Μαθηματικών, σε ό,τι αφορά την σύνθεση προβλήματος και απόδειξης.

Α. Και για την ακρίβεια, σε ό,τι αφορά από την μια πλευρά την διαμόρφωση του προβλήματος, μέσω της διατύπωσης του θεωρήματος με την μαθηματική εκείνη ιδιότητα, η οποία του προσδίδει την πιο γενική μορφή. Και, από την άλλη πλευρά, την προσθήκη, στην διαδικασία λύσης του προβλήματος, της κατάλληλης απόδειξης. Επιπροσθέτως, στο σημείο αυτό δεν πρέπει να υποτιμάται το ότι η παραγωγή και η επαγωγή αναπτύχθηκαν στην Ελληνική διανόηση πολύ ενωρίς, με την εμφάνιση της εμπειρικής γλώσσας των Ιώνων στην Φιλοσοφία και ήδη στην Αρχαϊκή Ποίηση.

Β. Μέσα, λοιπόν, από αυτή την εμβληματική «*διαδρομή*» η Ελληνική Γλώσσα κατέστησε εφικτή και την δημιουργία γλωσσικών διατυπώσεων τέτοιας «*αφαιρετικότητας*», ώστε να μπορεί να «*συντονίζεται*» ευχερώς ακόμη και με ακραίως αφηρημένες μαθηματικές έννοιες. Γι' αυτό και η Ελληνική Γλώσσα αναδείχθηκε στην πιο κατάλληλη «*μεταγλώσσα*» ως προς τα Μαθηματικά, προκαλώντας την «*έκρηξη*» της εν γένει μαθηματικής γνώσης.

III. Η Ελληνική Γλώσσα και τα «σύμβολα»

Η προαναφερόμενη όμως -μοναδική όπως τονίσθηκε- συμβολή των **Αρχαίων Ελλήνων** στην δημιουργία της Επιστήμης των Μαθηματικών κατέστη δυνατή μέσω της εξίσου μοναδικής ιδιοσυστασίας της **Ελληνικής Γλώσσας.** Εξ ού και Λαοί που δεν διέθεταν το κατάλληλο «*γλωσσικό εργαλείο*» δεν κατάφεραν να κάνουν ανάλογα επιστημονικά βήματα.

Α. Κατ' ουσία δε, η ως άνω ιδιοσυστασία έγκειται, πρωτίστως, στο ότι η Ελληνική Γλώσσα είναι οιονεί «*ιδανική*» στο πεδίο της παραγωγής «*συμβόλων*», ικανών ν' απεικονίσουν επαρκώς την Σκέψη, έτσι ώστε να δομηθεί η αναγκαία, για την συνολική επιστημονική δημιουργία, «*κιβωτός γνώσεων*». Κυρίως δε η «*κιβωτός γνώσεων*

» που άνοιξε τον δρόμο στην θεμελίωση και εξέλιξη της Επιστήμης των Μαθηματικών (βλ., αντί άλλης παραπομπής, Χρ. Φίλη «*Οι Αρχαιοελληνικές Καταβολές των Σύγχρονων Μαθηματικών*», εκδ. Παπασωτηρίου, Αθήνα, 2010, σελ. 877).

Β. Είναι ιδιαιτέρως ενδεικτικό προς αυτή την κατεύθυνση ότι τα σύμβολα διευκόλυναν καθοριστικώς και την χρήση των αριθμών ως, κατά την φύση τους και τον προορισμό τους, βάσης της μαθηματικής σκέψης, όπως συνάγεται και από τα εξής: Ετυμολογικώς η λέξη «*αριθμός*» προκύπτει από την σύνθεση του ρήματος «*αραρίσκω*» – αναδιπλασιασμένος τύπος του «*άρω*» – που σημαίνει, μεταξύ άλλων, την αρμονική σύνδεση δεδομένων μεταξύ τους, και του ουσιαστικού το «*ίθμα*», που σημαίνει το «*βήμα*». Με άλλες λέξεις, ο «*αριθμός*» είναι το μέσο για να τεθεί κάτι στην σωστή του θέση σε σχέση με συγγενή δεδομένα, και υπ' αυτό το πρίσμα ο αριθμητικός συλλογισμός μπορεί να κάνει τα επόμενα βήματα, κυρίως για την διατύπωση ενός προβλήματος. Ακριβώς αυτή την λειτουργία των αριθμών διευκόλυναν καθοριστικώς, όπως προεκτέθηκε, τα σύμβολα, κατ' εξοχήν ως προς την διατύπωση ενός προβλήματος. Πολλώ μάλλον αφού, όπως η ίδια η Ιστορία των Επιστημών έχει τεκμηριώσει, προ της χρήσης των συμβόλων, με «*όχημα*» διαμόρφωσής τους την Ελληνική Γλώσσα, δεν είχε «*αναδυθεί*» επαρκώς η επιστημονική προσέγγιση και καλλιέργεια των Μαθηματικών.

Γ. Μέσω των «*εργαλείων*» της Ελληνικής Γλώσσας εξελίχθηκε και η μαθηματική σκέψη του Διοφάντου του Αλεξανδρέως.

1. Και τούτο, διότι η ιδιοσυστασία της Ελληνικής Γλώσσας επέτρεψε στον Διόφαντο ν' ανοίξει τον δρόμο στην «*πρόδρομη*» κατάσταση της διαμόρφωσης ενός μαθηματικού προβλήματος, υπό όρους που καταλήγουν στις λεγόμενες «*πολυωνυμικές αλγεβρικές εξισώσεις*», όπως είναι η «*διώνυμη εξίσωση*» $αx^n = bx^m$ ή η «*τριώνυμη εξίσωση*» . Καθώς επίσης γίνεται δεκτό, ότι η αναζήτηση των λεγόμενων «*Πυθαγόρειων τριάδων*» -ήτοι ακέραιων λύσεων της εξίσωσης «$χ^2 + ψ^2 = γ^2$»- αποτελεί μέρος των κλασικών προβλημάτων της όλης ανάλυσης του Διοφάντου. Δικαίως, λοιπόν, τ' «*Αριθμητικά*» του Διοφάντου -σε δεκατρία βιβλία, από τα οποία σώζονται έξη στην Ελληνική Γλώσσα και τέσσερα σε αραβική μετάφραση- θεωρούνται, και σήμερα, «*θεμέλιο*» της δημιουργίας της παράδοσης, η οποία οδήγησε στην δημιουργία της αλγεβρικής σκέψης και ανάλυσης της νεότερης εποχής. Διότι, όπως έχει γράψει ο J.Klein, η «*σύγχρονη άλγεβρα και ο σύγχρονος φορμαλισμός προέκυψαν από την ενασχόληση του Viète με τον Διόφαντο*» (βλ. J. Klein, «*Ο κόσμος της Φυσικής και ο "φυσικός" κόσμος*», μετ. Δ. Λάππας, Μ. Μυτιληναίος, Γ. Σαγιάς, Τ. Σπύρου, Γ. Χριστιανίδης, *Νεύσις* 7 (1998), 41-74. Το

αγγλικό κείμενο δημοσιεύθηκε το 1981, στο περιοδικό «*The St. Johns Review*» και ανατυπώθηκε στην συλλογή, R.B. Williamson and E. Zucherman (επιμ.) «*Jacob Klein: Lectures and Essays*», Annapolis, Maryland, St. John's College Press, 1985, 1-34).

2. Ας σημειωθεί ότι ο όρος «*Άλγεβρα*» ανήκει στον Πέρση μαθηματικό, αστρονόμο και γεωγράφο Αμπού Μουσά αλ-Χουαρίζμι. Ο οποίος πολύ αργότερα, τον 9^{ο} αιώνα -κοντά 500 χρόνια μετά τον Διόφαντο- παρουσίασε, είναι αλήθεια για πρώτη φορά, την συστηματική επίλυση της δευτεροβάθμιας πολυωνυμικής εξίσωσης. Αξίζει, λοιπόν, ν' αναρωτηθούμε: Θα είχε, άραγε, οδηγηθεί ο αλ-Χουαρίζμι, έστω και στα χρόνια του, στην αλγεβρική του ανάλυση δίχως την πρωτοποριακή μαθηματική «*παρακαταθήκη*» του Διοφάντου αναφορικά με την δημιουργία των, «*πρόδρομων*» κατά τ' ανωτέρω, αλγεβρικών τεχνικών επίλυσης προβλημάτων, μέσω της «*αφαιρετικής*» δύναμης της Ελληνικής Γλώσσας;

IV. Η διαμόρφωση της Παραγωγικής Μεθόδου

Σ' επίρρωση των ανωτέρω αξίζει να γίνει, εν προκειμένω, ειδική αναφορά στο σύγγραμμα του Reviel Netz, Καθηγητή Ελληνικών Μαθηματικών και Αστρονομίας στο Πανεπιστήμιο Stanford των ΗΠΑ -ενός εκ των κορυφαίων μελετητών του έργου του Αρχιμήδη- με τίτλο: «*Η διαμόρφωση της Παραγωγικής Μεθόδου στα Ελληνικά Μαθηματικά-Μια μελέτη υπό το πρίσμα της γνωσιακής επιστήμης*» (απόδοση στα ελληνικά Β. Σπυρόπουλου, επιστημονική επιμέλεια Γ. Χριστιανίδη και Μ. Σιάλαρου, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2019).

Α. Στο σύγγραμμα αυτό μελετάται ένα θέμα κεφαλαιώδους σημασίας για την όλη ιστορία του Δυτικού Πολιτισμού. Ήτοι η διαμόρφωση της παραγωγικής απόδειξης στα Κλασικά Ελληνικά Μαθηματικά. Η εντυπωσιακή, κυριολεκτικώς, πρωτοτυπία του ως άνω έργου του Reviel Netz έγκειται στο γεγονός ότι ο συγγραφέας εστιάζει την ανάλυσή του σε δύο, θεμελιώδη, χαρακτηριστικά της πρακτικής των Ελληνικών αποδείξεων, το εγγράμματο διάγραμμα και την τεχνική, λογοτυπική γλώσσα. Δίχως μάλιστα να παραλείπει, έστω και κατ' ελάχιστο, την ανάδειξη των υλικών και κοινωνικών συνθηκών αλλά και των πρακτικών, εντός των οποίων τα κατά τ' ανωτέρω χαρακτηριστικά «*αναδύθηκαν*», μέσα στην πορεία της εξέλιξης των Ελληνικών Μαθηματικών.

Β. Ειδικότερα, ο Reviel Netz ανέδειξε ότι οι τεχνικές που τότε ανέπτυξαν οι Έλληνες Μαθηματικοί -εστιάζοντας την μελέτη του στον Ευκλείδη, τον Αρχιμήδη και τον Απολλώνιο- για την κατασκευή γραμμάτων στα διαγράμματά τους και, συνακόλουθα, η συνεχής αλληλεπίδραση μεταξύ του κειμένου και του διαγράμματος στις αποδείξεις τους, υπήρξαν καίριας σημασίας για την «*γέννηση*»

της παραγωγικής απόδειξης. Με τον τρόπο αυτόν ο Reviel Netz κατάφερε ν' αποσαφηνίσει, επαρκώς, και τις υποκείμενες γνωστικές διαδικασίες.

Επίλογος

Το γεγονός, όμως, αυτό έχει και μια δεύτερη, ευρύτερη, σημασία που αφορά την πορεία της όλης Επιστήμης στην Δύση, άρα την πορεία αυτού τούτου του Δυτικού Πολιτισμού. Είναι δε χαρακτηριστικά τα όσα, συνοπτικώς, υπογραμμίζει ο ίδιος ο Reviel Netz στην εισαγωγή, την οποία έγραψε για την ελληνική έκδοση του προμνημονευόμενου συγγράμματός του: «*Οι Έλληνες μαθηματικοί ανακάλυψαν μια συγκεκριμένη πρακτική και ένα συγκεκριμένο σύνολο εργαλείων, που κατέστησαν δυνατό ένα συγκεκριμένο έργο: Την συνεπή άσκηση της παραγωγικής απόδειξης. Αυτό θα παίξει ουσιαστικό ρόλο στην ανάδυση της δυτικής επιστήμης. Η προοπτική της απόδειξης οδήγησε στην μαθηματικοποίηση του συνόλου της επιστήμης, και εν τέλει στο νευτώνειο πρόγραμμα το οποίο, με την επιτυχία του, άνοιξε το δρόμο για την βιομηχανική επανάσταση και την άνοδο της Δύσης» (όπ. παρ., σελ. XV-XVI).*»